ONDAS ESTACIONARIAS

¿Qué sucederá si dos ondas viajeras se mueven a lo largo de una cuerda en direcciones opuestas? Cuando una onda viaja a la derecha por una cuerda y otra a la izquierda, inevitablemente, en algún momento interferirán.

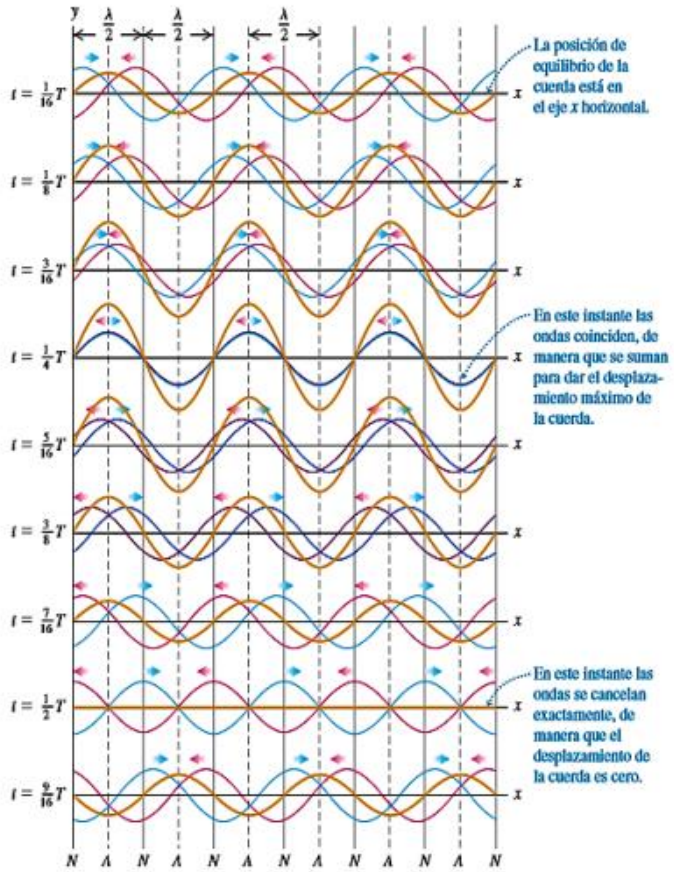
Consideremos que estas ondas viajeras tienen misma amplitud y frecuencia. Las ondas "que van y que vienen" interfieren. En la mayoría de los casos, la forma de la onda resultante tendrá una apariencia confusa, pero para algunas frecuencias particulares se habrá generado lo que hemos de llamar Onda Estacionaria. A estas frecuencias que generan ondas estacionarias se las denomina *frecuencias naturales* y dependen del medio y su geometría.

En la superposición en las frecuencias particulares, resultará una característica específica: existen algunos puntos a lo largo de la cuerda que son estacionarios llamados *nodos* en los que el desplazamiento es nulo en todo momento (no oscilan) puesto que su velocidad es cero. Tal como analizamos en el curso anterior y en la revisión de ondas, los nodos son puntos particulares en los que está ocurriendo una interferencia destructiva total, resultado de la suma de una amplitud positiva y una amplitud negativa. El resto de los puntos oscilan todos con la misma frecuencia. Los puntos cuya amplitud es máxima se denominan *antinodos,* y son los puntos en los que ocurre interferencia constructiva cresta-cresta o valle-valle. **Tal patrón de nodos y antinodos es lo que se denomina onda estacionaria.**

Cuanto mayor sea la frecuencia que genera las ondas estacionarias, menor será la longitud de onda y existirá un mayor número de nodos y antinodos. Esto se debe a que $v_P = \lambda . f$ por lo cual al aumentar una de las variables la otra necesariamente disminuye si v_P se mantiene constante.

¿Cómo es la interpretación gráfica de una onda estacionaria?

En la imagen que sigue, se puede apreciar una onda que viaja a la izquierda (curvas rojas) que se combina con otra que viaja a la derecha (curvas azules) para formar una onda estacionaria (curvas mostaza).



En una onda viajera, cada partícula de la cuerda vibra con la misma amplitud, pero en una onda estacionaria, como se puede apreciar en la imagen, la amplitud no es la misma para todas las partículas, sino que varía con la posición (que denominaremos x) de la partícula. Tomando como referencia la imagen, puede apreciarse que para t = ¼ T la amplitud es máxima (esto se debe a que los dos patrones de onda están exactamente en fase entre sí), mientras que en t = ½ T es nula (las dos ondas están totalmente desfasadas).

Fíjate que el desplazamiento resultante siempre es cero en los lugares marcados con N en la base de la figura, letra que indica los nodos.

La distancia que separa dos antinodos consecutivos equivale a λ/2, y la que separa a dos nodos consecutivos también es de λ/2. Así, la separación entre un nodo y un antinodo adyacente es de ¼ λ.

Consideremos ahora que un caso particular de lo anterior es, según lo estudiado en los fenómenos ondulatorios, la superposición de una onda que viaja por una cuerda con su onda reflejada que viaja en la dirección opuesta, puesto que ellas tienen misma frecuencia y amplitud. Fíjate que esta es una manera fácil de conseguir ondas estacionarias.

Caso particular: Cuerda con ambos extremos fijos

El caso particular de ondas estacionarias en cuerdas de ambos extremos fijos resulta relevante para nuestro curso, ya que en muchos instrumentos musicales podemos encontrar cuerdas con ambos extremos fijos, dentro de los que podemos mencionar las guitarras, el arpa, el violín, y seguramente muchos más en los que estás pensando en este momento. Profundizaremos en la aplicación más adelante.

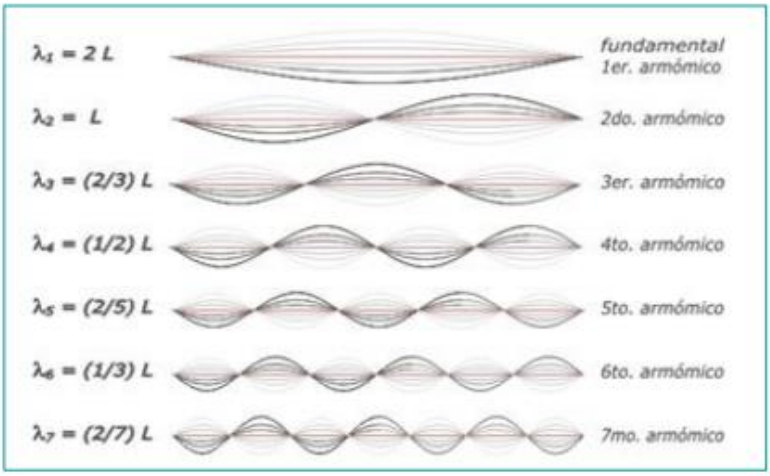
La función matemática que define a una onda estacionaria (que no te pediremos memorices) es la siguiente:

$$y_{incidente} = A\cos(kx - wt)$$
$$y_{reflejada} = A\cos(kx + wt)$$
$$y_{estacionaria} = y_{incidente} + y_{reflejada} = 2Asen(kx)\cos(wt)$$

Siendo A la amplitud de la onda incidente y reflejada, por lo cual la onda estacionaria tiene el doble de amplitud de cualquiera de las ondas viajeras originales. Por tener ambos extremos fijos, la onda posee un nodo en cada extremo.

Modos normales de una cuerda

Un modo normal de un sistema oscilante es un movimiento en el que todas las partículas del sistema se mueven senoidalmente con la misma frecuencia. Hay un número infinito de modos normales, cada uno con su frecuencia y patrón de vibración característicos. Analicemos la siguiente imagen para continuar y comprender mejor esto. En ella se aprecian los modos normales de vibración para una cuerda de longitud L bajo tensión sujeta en ambos extremos.



A partir de la imagen se puede observar que:

$$\boxed{\lambda_n = \frac{2L}{n}}$$

Siendo n el número de armónico.

Como se sabe qué:

$$\boxed{v = \lambda.f \Rightarrow f_n = \frac{v}{\lambda_n} \Rightarrow f_n = \frac{nv}{2L}}$$

Como ya sabemos la velocidad es una característica del medio, que depende de la densidad lineal de masa y de la tensión a la que está sometida la cuerda.

La frecuencia correspondiente al armónico n=1, es decir $f_1 = \frac{v}{2L}$, se denomina ***frecuencia fundamental***, y las frecuencias de los siguientes armónicos son múltiplos de la frecuencia fundamental, o sea que $f_n = n.f_1$. Estas frecuencias se llaman **armónicos**, y la serie es una serie armónica.

Como se anticipaba, los instrumentos musicales de cuerda basan su funcionamiento en estos conocimientos, por lo cual al conocer las características de la cuerda y sometiéndola a la tensión correcta, es posible conseguir notas musicales. Más adelante en el curso, estudiaremos cómo es posible entonces distinguir dos instrumentos musicales en los cuales se ejecuta la misma nota.

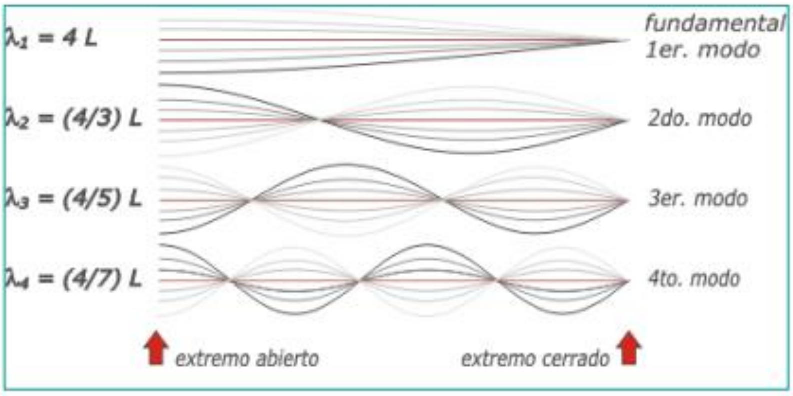
Para ir investigando...
¿A qué magnitud física se asocian las notas musicales?
Trabajaremos sobre ello más adelante...

Caso particular: Ondas Estacionarias en Tubos Cerrados y Abiertos

Las ondas longitudinales que se propagan en un tubo se reflejan en los extremos de forma similar a lo que ocurría en las cuerdas. La interferencia entre las ondas que se propagan en sentidos opuestos puede dar origen a una onda estacionaria. Al igual que las ondas estacionarias transversales en una cuerda, las ondas sonoras estacionarias (modos normales) en un tubo pueden servir para crear ondas de sonido en el aire contiguo. Éste es el principio de operación de la voz humana y de muchos instrumentos musicales, incluidos los de viento de madera y de metal, y los órganos. En el extremo de la abertura por la cual se ejecuta el instrumento se produce un máximo o vientre, mientras que en el extremo se produce un nodo.

1. Extremo Cerrado

En el extremo cerrado la elongación de las partículas en extremo es nula, o sea en dicho extremo cerrado hay un nodo. La onda se podría "visualizar" del siguiente modo:



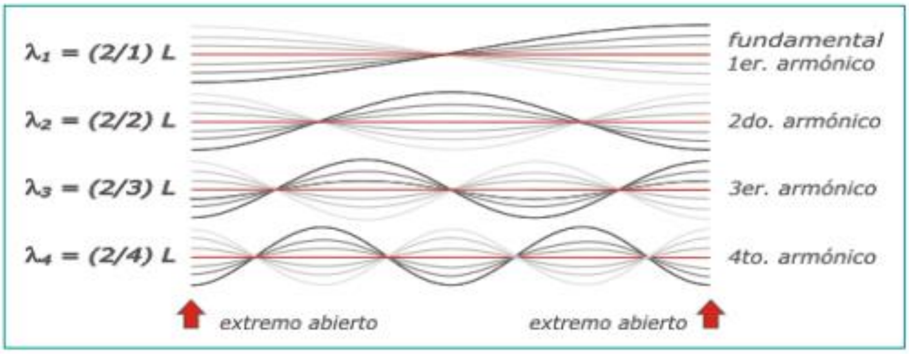
Teniendo en cuenta que $v = \lambda . f \implies f_n = \frac{v}{\lambda_n}$

Observaríamos que: $\left.\begin{array}{l} f_1 = \frac{v}{4L} \\ f_2 = \frac{3v}{4L} \\ f_3 = \frac{5v}{4L} \end{array}\right\}$ Generalizando $f_n = \frac{(2n-1)v}{4L}$ siendo $n = 1, 2, 3, \ldots, N$ para que $(2n-1)$ sea impar.

2. *Extremo Abierto*

En este caso la elongación de las partículas en extremo sea máxima (vientre), o sea en dicho extremo abierto hay un antinodo. Esto sucede siempre que la abertura sea considerablemente menor a la longitud del tubo.

La onda se podría "visualizar" del siguiente modo:



Teniendo en cuenta que $v = \lambda . f \implies f_n = \frac{v}{\lambda_n}$

Observaríamos que:

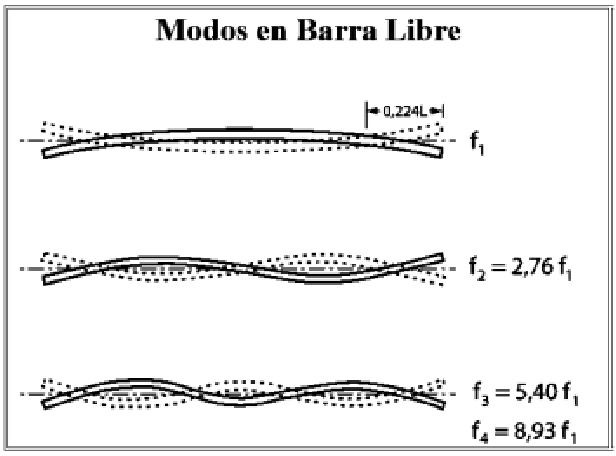
$$\left.\begin{array}{l} f_1 = \dfrac{v}{2L} \\ f_2 = \dfrac{2v}{2L} \\ f_3 = \dfrac{3v}{2L} \end{array}\right\} \quad \text{Generalizando } f_n = \frac{nv}{2L} \text{ siendo } n = 1, 2, 3, \dots, N$$

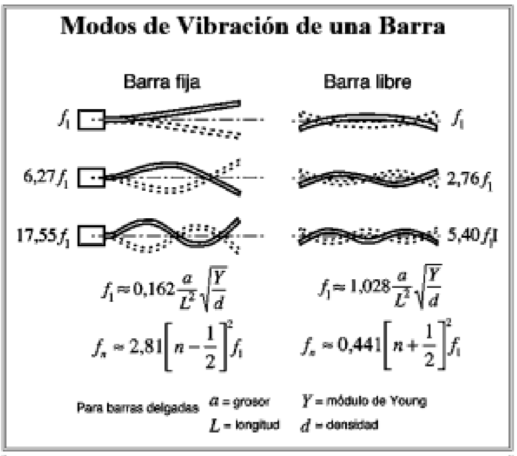
En los tubos reales, para encontrar la longitud a la que debemos cortarlo es necesario realizar una corrección, ya que el diámetro de la boca influye en la acústica del mismo:

$$L_{tubo} = L - (0{,}6.d)$$

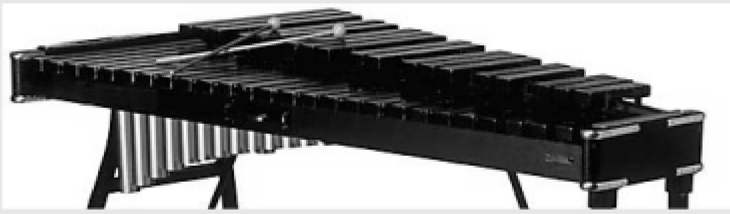
Caso particular: Ondas Estacionarias en varillas planas

A fin de observar cómo se producen las ondas en un Xilófono, observaremos los modos normales transversales de una varilla plana





Xilófono y Marimba



Las barras de Marimba son sintonizadas por el corte en la parte inferior de la barra. Los modos de barra libre normales no están en secuencia armónica, pero se pueden alterar eliminándole material. Están sintonizadas de tal manera que el primer sobretono es el cuarto armónico. La longitud de barra requerida para una frecuencia dada, está también disminuida por el proceso de corte. Los tubos por debajo están sintonizados a la fundamental de la barra. En un xilófono (mostrado arriba) las barras tienen un corte inferior superficial y el primer sobretono está sintonizado al tercer armónico de la fundamental. Los tubos de resonancia cerrados refuerzan ambas frecuencias si están sintonizados con la fundamental.

El rango de reproducción de una marimba de concierto es de A2 a C7 (110 a 2093 Hz) y las marimbas bajas se extienden hacia abajo hasta C2 (65 Hz). El corte inferior de las barras de la marimba, producen sobretonos que están descritos como dos octavas arriba, y luego tres octavas más una tercera menor. El cuarto armónico está dos octavas, y el otro sobretono está cerca del décimo armónico (48/5, si se utilizan intervalos justos). Estas resonancias superiores no están reforzadas por el tubo resonador cerrado, ya que sólo produce armónicos impares.

En un xilófono la gama típica de sonidos va de F3 a C8 (349 - 4186 Hz), esta nota de arriba es la misma que la nota más alta en un piano. Tiene barras más estrechas y más gruesas que la marimba, contribuyendo a una mayor velocidad de onda y un mayor tono para una determinada longitud, que la de la marimba. El xilófono tiene un sonido agudo y brillante que se atribuye a las barras gruesas y rígidas y a la presencia del primer sobretono reforzado.